M 156

E.N.S. ARTS & INDUSTRIES TEXTILES DE ROUBAIX 1978

MATHEMATIQUES (4 h)

EXERCICE 1

1° Etablir, à l'aide de la formule du binôme de Newton, la relation :

$$\sum_{0 \leq 2p \leq n} C_n^{2p} = 2^{n-1}$$

2° Etablir que pour $p \leq m$, $C_{m+1}^{p+1} = \sum_{k=p}^{k=m} C_k^p$

En déduire $\sum_{k=3}^{k=7} C_{k-1}^2$ et $\sum_{k=4}^{k=7} C_{k-1}^3$

EXERCICE 2

On se propose d'étudier les suites récurrentes réelles définies par

$$u_{n+1} = \frac{1}{4}(3u_n + v_n + w_n)$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{12}(-u_n + 5v_n + w_n)$$

$$w_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + v_n + 2w_n)$$

Les premiers termes u_0 , v_0 , w_0 étant donnés,

1° On pose $X_n = \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix}$

Montrer que $X_{n+1} = A X_n$ où A est une matrice indépendante de n. Ecrire A.

2° Calculer les valeurs propres de A ainsi que les vecteurs propres associés.

Calculer la matrice de passage P et P^{-1}. Quelle est la matrice réduite de A?

Calculer A^n.

3° Calculer X_n en fonction de X_0. En déduire les valeurs de u_n, v_n, w_n en fonction de n et de u_0, v_0, w_0 . Quelles sont les limites de u_n, v_n, w_n quand n tend vers l'infini?

.../...

EXERCICE 3

1° On considère les intégrales $I_{m,n} = \int_0^1 t^m (1-t)^n dt$

où m, n $\in \mathbb{N}$

Etablir une relation de récurrence entre $I_{m,n}$ et $I_{m+1,\, n-1}$

En déduire la valeur de $I_{m,n}$.

2° Calculer $I = \iiint_D x^p y^q z^r (x + y + z)^s \, dxdydz$

où p, q, r, s $\in \mathbb{N}$, étendue au domaine D suivant :

D : $x \geqslant o$ $y \geqslant o$ $z \geqslant o$ $x+ y + z \leqslant 1$

On fera le changement de variable :

$u = x + y + z$ $uv = y + z$ $uvw = z$

EXERCICE 4

On considère dans l'espace $\mathbb{R}^3$ rapporté à un trièdre orthonormé, la courbe Γ de représentation paramétrique.

$x = a\cos^3 u$

$y = a\sin^3 u$ $a > o$

$z = \frac{3a}{4} \cos 2u$

1° Montrer que les tangentes à Γ forment en général avec Oz un angle constant. Etudier le cas des points stationnaires.

2° On choisit une abscisse curviligne S(u) sur Γ . Calculer $\frac{dS}{du}$ et la longueur de Γ . Calculer les composantes du vecteur $\vec{t} = \frac{d\vec{M}}{dS}$ en fonction de u

3° Calculer les composantes des vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{b}$ qui forment avec $\vec{t}$ le trièdre de Frenet, lorsqu'il existe. Calculer alors le rayon de courbure.

4° Construire la courbe γ projection de Γ sur le plan xoy. Préciser l'angle formé avec Ox par la tangente en chaque point de γ , les points stationnaires, le rayon de courbure lorsqu'on peut le calculer.

5° Faire un dessin indiquant le mieux possible l'allure de Γ avec l'aide des renseignements obtenus dans les questions précédentes et des projections de Γ sur les deux autres plans du trièdre de référence.

-FIN-

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail